

# 2次元燃焼器モデルによるスクラムジェットエンジンの性能解析

大阪府立大学工学部 辻川 吉春 藤井 昭一  
大阪府立大学大学院 斧田 孝夫

## Abstract

This paper is devoted to the analyses of the performances of scramjet engine which consists of the inlet, combustor and nozzle. In the analysis, there are severe difficulties in the combustor due to the problem such as turbulent diffusion of hydrogen fuel and mixing with air at supersonic speed range, and an axisymmetric flow model is adopted and chemical equilibrium is assumed. To estimate the demerit of weight increase, the axial length of the components is calculated, which presented the basic information about the optimum configuration of the scramjet engine.

### 1. まえがき

スクラムジェットエンジンでは、燃焼は主として、亜音速よりもむしろ超音速で進行するので、その設計に際しては、多方面にわたる考慮が必要である[1,2]。一例として、最近 Czysz らによって熱力学の観点からの推進システムのエネルギー解析が行われた[3,4]。特に、もしスクラムジェットエンジンが6以上のマッハ数で飛行するような場合、エンジン形状、例えばインレットの断面積収縮比、燃焼器の入口、出口の断面積比、あるいは断面積変化率等は低マッハ数域でも、あるいは巡航の高マッハ数域でも効率よく作動できるように決定されなければならない。その結果、幾何学的形状の最適化が急務となっている。もちろん、これまでも形状に関する最適化が行われた例はあり、Waltrup らはサイクル計算を含めてスクラムジェットエンジンの最適化を試みている[5,6]。また Billig は実験で使用する燃焼器の形状の修正を計算によって行った[7]。しかし彼らはいずれも静圧と断面積との間に成り立つ Crocco の指数法則  $PA^{\epsilon/(s-1)} = \text{const.}$ [8] を使用しており、流れ方向長さについての情報は全く得ることができない。最適化の観点から、本研究ではスクラムジェットエンジンを、複数のサブシステム(構成要素)から構成されたシステムとみなす。作動状態はこれらのサブシステムを支配するパラメーターによって表現する。評価基準、例えば、燃料比推力、推力係数、あるいは総圧回復率等の最適化を非線形計画法の概念を導入することで取り扱える。また乗数法を用いることにより、パラメーターの最適値が短い計算時間で求められる。

スクラムジェットの燃焼器内の超音速流における乱流混合の数値計算と燃焼反応の速度論的考察は、計算機による解法という観点からも非常に興味深い現象である。複雑な乱流混合の理論的な解析に詳細な化学反応の機構を組み入れることによって、多くの場合、計算時間が長大になり、膨大な記憶容量を必要とする。そのため本研究では、いくつかの単純化を導入する。その一つとして、燃焼反応に反応速度無限大、つまり化学平衡を仮定し、また乱流モデルとして  $k-\epsilon$  乱流モデルを採用する。

### 2. 解析

スクラムジェットエンジンの概略図を図1に示す。これは最近のスクラムジェットで駆動される機体の一般的な形状を示している。

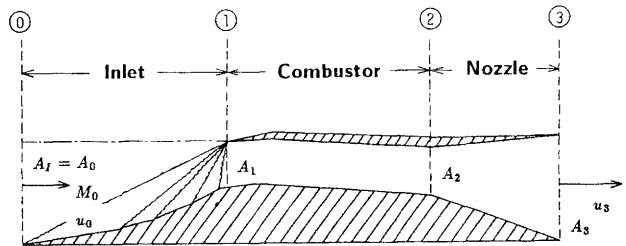


図1. スクラムジェットエンジン

これまで提案されているエンジン形態との一貫性は保ちながら、簡単のために、以下のことを仮定する。つまりインレットは機体の下部に設置されていて、機体の前部によって発生した圧縮場からはるかに後方にあり、その影響は受けないことにする。

## 2.1 インレット

外部圧縮型のインレットの概略を図2に示す。空気捕獲比  $A_0/A_I$  は飛行マッハ数の関数であり、ここで  $A_I$  はインレットにおける断面積を表している。

簡単のために、この解析ではその比を1と置く。複数の斜め衝撃波を用いた外部圧縮型のインレットを採用する。斜め衝撃波一段あたりの圧力回復率は次式で表される。

$$\frac{p_{t2}}{p_{t1}} = \left( \frac{2\kappa}{\kappa+1} M_1^2 \sin^2 \beta - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \right)^{-1/(\kappa-1)} \left[ \frac{\{(\kappa-1)/2\} M_1^2 \sin^2 \beta + 1\}^{-\kappa/(\kappa-1)}}{\{(\kappa-1)/2\} M_1^2 \sin^2 \beta} \right] \quad (1)$$

最適衝撃波角  $\beta_{i,opt}$  と偏向角  $\theta_{i,opt}$  は、乗数法を使用し、インレットを通じた総圧回復率を目的関数とした最適化手法によって得られる [9]。その結果、インレットの流れ方向長さは次のように書ける。

$$X_I = d_0 / \tan \beta_I \quad (2)$$

## 2.2 燃焼器

流れは超音速であるが、燃焼器での燃料と空気との混合過程は緩やかで安定しているので、燃焼器はその過程によく合うように設計されなければならない。つまり、この種のスクラムジェットにおいては通常、化学反応を支配する反応速度が非常に速いので、この混合過程は相対的に非常に遅く、その結果燃焼現象を律速する過程になることを意味している。超音速域における乱流混合は、燃料の噴射方法とそれに連成した複雑な衝撃波構造と空気流との干渉とに多大な影響を受ける。そのため解析的な研究は非常に困難であり、実験によって得られたデータを解析にフィードバックする手法も有効であると考えられ、著者らはそれについても検討中である。しかしながら、本研究ではその前段階として、2次元の軸対称流モデルと2方程式 ( $k-\epsilon$ ) 乱流モデルを導入して解析を試みた。運動量、全エンタルピ、質量についての放物型の偏微分方程式の解が Patankar と Spalding の有限差分法を用いて得られる。これらの方程式は

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_r r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{dp}{dx} \quad (3)$$

$$\rho u \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \hat{h}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_r r \frac{\partial \hat{h}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ (\mu_r - \Gamma_h) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u^2}{2} \right) + (\Gamma_k - \Gamma_h) \frac{dk}{dr} + \sum_j (\Gamma_j - \Gamma_h) h_j \frac{\partial m_j}{\partial r} \right] \right\} \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial f}{\partial x} + \rho v \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \Gamma_m r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \quad (5)$$

と表される。連続の方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho u + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r) = 0 \quad (6)$$

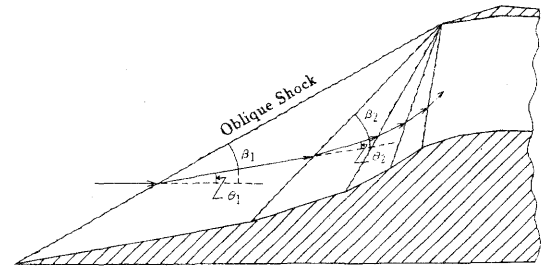


図2. 外部圧縮型インレット

乱流運動エネルギーとその拡散率とに対して、さらに2つの方程式が記述される。

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \rho \epsilon \quad (7)$$

$$\rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \epsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right) + \frac{C_1}{k} \epsilon \mu_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \frac{C_2 \rho \epsilon^2}{k} \quad (8)$$

乱流粘性係数は次式から計算できる。

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (9)$$

本研究では軸対称形状が選ばれ、流れの外部境界としては壁を考慮しており、水素の軸方向(平行)噴射を仮定した。計算においては有限差分グリッドが採用された。通常の計算域においてはグリッドは水素のジェットと周囲の空気流との混合域のみをカバーし、自由流領域へはわずかの距離だけ浸透させる。初期条件としては温度、圧力、水素の質量分率の分布のみが必要とされ、他のパラメーター(例えば、 $k$ ,  $\epsilon$ )等は任意である。

### 2.3 ノズル性能

ノズルでは、凍結ノズル膨張を仮定した。つまり、膨張過程においてガスの成分は燃焼器出口での平衡組成がそのまま凍結されているとした。そして、推力は次式で与えられる。

$$F = \lambda (\dot{m}_a + \dot{m}_f) u_3 - \dot{m}_a u_0 \quad (10)$$

ここでノズル角修正係数  $\lambda = (1 + \cos \alpha_N) / 2$  である。燃料基準の比推力は

$$I_{sp} = F / (\dot{m}_f g) \quad (11)$$

となる。

## 3. 結果と考察

### 3.1 インレットの性能と形状

本解析では外部圧縮のみを採用したインレットを取り扱うので、マッハ数が与えられた場合、より良い圧力回復は衝撃波の特性を利用することで達成される。つまり、一つの強い垂直衝撃波によって減速するよりも連続した斜め衝撃波群を通過させる方が総圧損失が小さくなることを利用する。飛行マッハ数  $M_0 = 9$  の場合について、燃焼器入口マッハ数に対する総圧回復率を斜め衝撃波の数をパラメーターにして図3に示す。

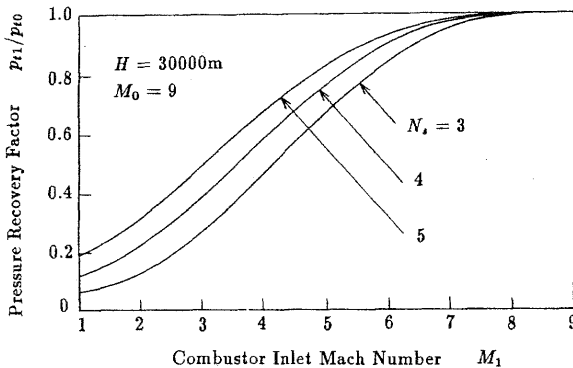


図3. インレットの総圧回復率

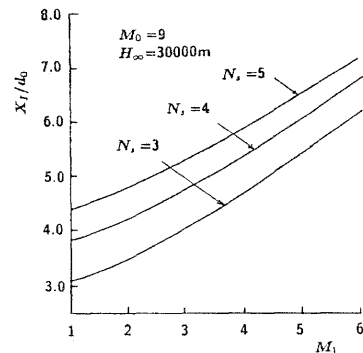


図4. インレット長さ

またインレットの流れ方向長さを図4に示す。これらの図より斜め衝撃波の数を増すと総圧回復率が良くなるのは明かである。しかしながら流れ方向長さも増し、機構が複雑になり重量増加につながるというデメリットも大きい。

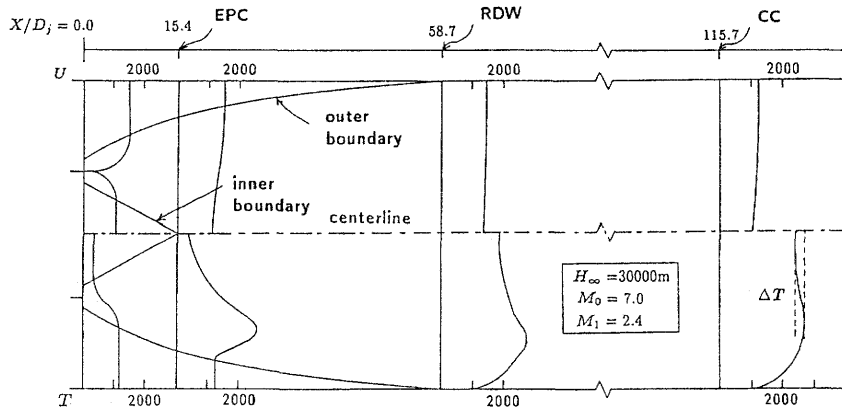


図5. 燃焼器内の速度と温度分布

### 3.2 燃焼器

燃焼反応は全て超音速域で進行すると仮定している。図5はダクト軸に沿う半径方向の速度と温度分布の変化を示している。図中 EPC はポテンシャルコア領域の終わりを、RDW は混合域がダクト壁まで広がった点を、CC は燃焼の終わり、つまり燃焼器長さ(後述)を表す。図は飛行マッハ数7、燃焼器入口マッハ数2.4、高度30kmの場合を示している。ポテンシャルコアは燃料噴射ノズル直径の15倍程度で終わる。また混合域はノズル直径の59倍付近で外壁に到達する。燃焼の終わりは約115倍程度であることを示しているが、これは以下の判断基準による。つまり図の上半分は速度分布を示しており、RDW 付近ではほぼ均一になっているのに対して、図の下半分に示すように、温度分布が均一になるには流れ方向距離をかなり必要とし、100倍を超えても不均一さ(図で $\Delta T = T_{peak} - T_{center}$ のこと)が残る。そこで本研究ではこの不均一さのピーク温度に対する相対値( $\Delta T/T_{peak}$ )が10%以内になった点を燃焼の終わり(CC)とした。また未燃水素量も燃焼の進行具合を判断するのに有効であるが、これと先ほどの温度の不均一さとの関係を図6に示す。温度の不均一さが約10%になると未燃水素の量はほぼ2%程度になる。

図7には当量比が燃焼器長さに与える影響を示す。

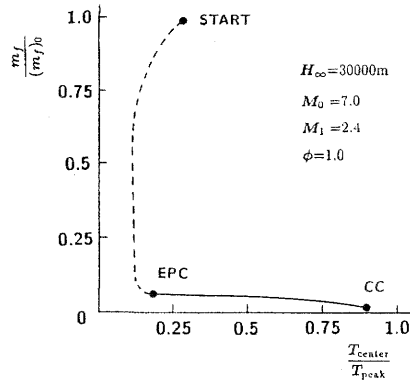


図6. 未燃水素量と温度の不均一さとの関係

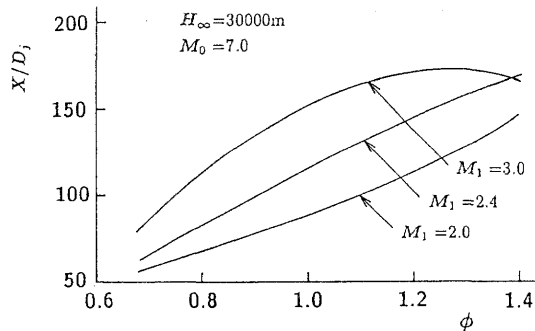


図7. 燃焼器長と当量比の関係

図中、水素の噴射温度を 300K 一定としているが、当量比が増すに従って燃焼器長も増す傾向を示している。この理由を次の図とともに考える。通常、極超音速で飛行する場合には機体やエンジンの積極的な冷却が必要となり、最近スラッシュ水素の使用についての報告が多くなっている [10-12]。厳密には機体で発生する空力加熱と再生冷却との伝熱に関する詳細な計算が必要になるが、本解析ではその第 1 次近似として、冷却の効果を水素の噴射温度に代表させてその影響を調べる。それに関しての詳細は別に報告する予定である。図 8 にその様子を示す。ポテンシャルコアの領域は余り変化しないが、RDW と燃焼終了 (CC) に要する長さは約 500K~600K の間で最も長くなる。ここでは当量比と水素の噴射ノズルの面積を一定としているので、噴射温度と水素の噴射速度とが比例関係にある。したがって図 9 に示すように、空気流との速度比の影響を調べなければならない。この図によっても、速度差によるせん断の強さが混合に大きく影響することが確認できる。先の図における 500K がちょうど速度比 1 に相当する。また水素の噴射速度を大きくとることが燃焼器長さを短くするのに有効であることがわかる。このことは文献 [13] にも指摘されていることである。これに関連して反応流れのマッハ数の流れ方向変化を図 10 に示す。反応の進行による熱放出のためにピーク温度に基づくマッハ数が 1 に近づく。

図 11 には水素の混合の様子、つまり未燃の水素量の流れ方向の変化を示す。初期の拡散が非常に早いことが示され、また初期には量論混合比の場合が一番拡散が遅いこともわかる。噴射ノズル直径の 100 倍を越えても中心付近に水素が拡散せずに滞留しており、約 2% 程度は反応に寄与しない。したがってこのことから 98% 水素消費の点を燃焼の終わりとみなすのが妥当と考えられる。

### 3.3 エンジン性能

図 12 には燃焼器入口マッハ数に対して比推力を示す。燃焼器入口マッハ数が 2.3~2.6 付近で最適値があるのがわかる。当量比については量論混合比に近いほど比推力は大きくなる。

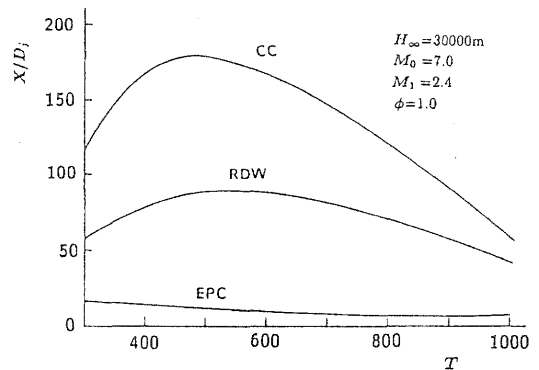


図 8. 水素の噴射温度の影響

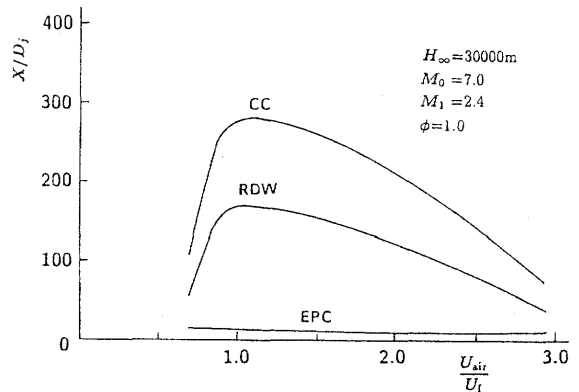


図 9. 速度比が混合に与える影響

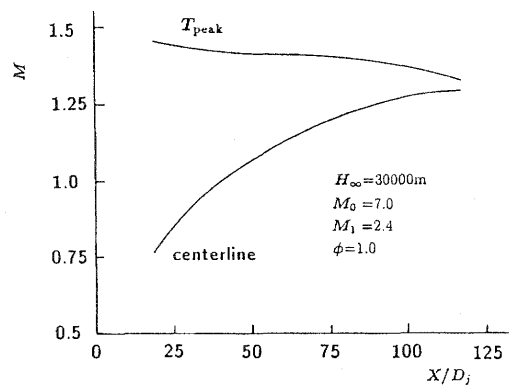


図 10. 燃焼器内流れのマッハ数

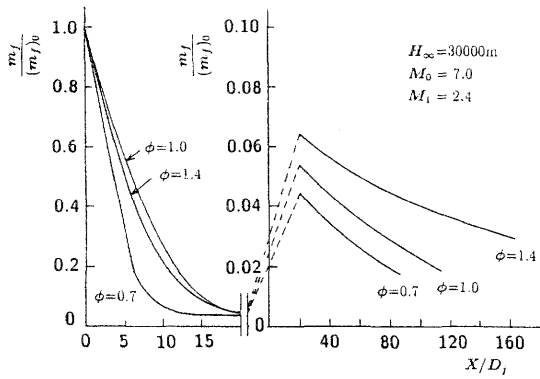


図 11. 未燃水素量に与える当量比の影響

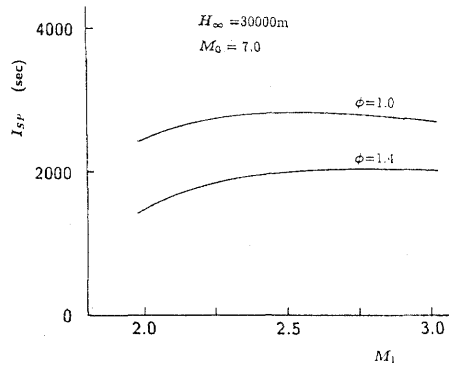


図 12. 比推力

#### 4. まとめ

最適化手法の乗数法を用いて、スクラムジェットエンジンの最適化を試みた。軸対称(2D)の燃焼器流れのモデルを採用し、燃焼器の特性を解析した。その結果を以下にまとめる。

1. インレットの性能と幾何学的形状を最適化の手法を適用して容易に求められることを示した。
2. 燃焼器内の超音速流れを2次元軸対称流でモデル化して解析した。そして燃焼終了に要する距離(燃焼器長)を温度分布の不均一さと未燃の水素量とで判断して決定した。
3. 水素の当量比と噴射温度は超音速での熱放出に多大な影響を及ぼし、その結果エンジンの比推力への影響も大きい。したがって、機体とエンジンの燃料(スラッシュ水素)による冷却についての詳細な解析の必要性を示唆している。

#### 5. 記号

$A$ : 断面積	$\text{m}^2$
$C_\mu, C_1, C_2$ : 乱流モデルで使用される係数	
$D_j$ : 燃料噴射ノズル直径	$\text{m}$
$d$ : 直径	$\text{m}$
$F$ : 推力	$\text{N}$
$f$ : 水素元素の質量分率	
$h, \bar{h}$ : エンタルピ、全エンタルピ	$\text{kJ kg}^{-1}$
$I_{SP}$ : 比推力	$\text{s}$
$k$ : 乱流運動エネルギー	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
$M$ : マッハ数	
$\dot{m}_f$ : 燃料(水素)流量	$\text{kg s}^{-1}$
$p_t$ : 総圧	$\text{Pa}$
$x$ : 構成要素の流れ方向長さ	$\text{m}$

#### Greek symbols

$\alpha$ : ノズル開き角	$\text{deg}$
$\beta$ : 衝撃波角	$\text{deg}$
$\Gamma$ : 有効乱流輸送係数	
$\epsilon$ : 乱流運動エネルギーの拡散率	$\text{m}^2 \text{s}^{-3}$
$\mu$ : 粘性係数	$\text{Ns m}^{-2}$
$\rho$ : 密度	$\text{kg m}^{-3}$
$\theta$ : 流れの偏角	$\text{deg}$
$\kappa$ : 比熱比	
$\lambda$ : ノズル角修正係数	
$\sigma$ : 有効プラントル/シュミット数	
$\phi$ : 当量比	

## 文献

- [1] A. Ferri, "Review of SCRAMJET Propulsion Technology," *J. Aircraft*, **5**, 3 (1968).
- [2] F. S. Kirkham and J. L. Hunt, "Hypersonic Transport Technology," *Acta Astronautica*, **4**, 181 (1977).
- [3] P. Czysz, "Thermodynamic Spectrum of Air-breathing Propulsion," SAE Paper 88-1203 (1988).
- [4] P. Czysz and S. N. B. Murthy, "Energy Analysis of Propulsion Systems for High Speed Vehicles," AIAA Paper 89-0182 (1989).
- [5] P. J. Waltrup, F. S. Billig and R. D. Stockbridge, "A Procedure for Optimizing the Design of Scramjet Engines," *J. Spacecraft*, **16**, 163 (1979).
- [6] G. A. Sullins and P. J. Waltrup, "A Comparison of Scramjet Integral Analysis Techniques," *J. Propulsion*, **1**, 156 (1985).
- [7] F. S. Billig, "Design of Supersonic Combustors Based on Pressure-Area Fields," *11th Sympo. on Combustion*, 755 (1967).
- [8] L. Crocco, *Fundamentals of Gas Dynamics*, Princeton University Press (1958).
- [9] Y. Tsujikawa and M. Nagaoka, "Determination of Cycle Configuration of Gas Turbines and Aircraft Engines," ASME Paper 90-GT-115 (1990).
- [10] D.B. Paul, C.L. Clay and M.P. Camden, "Hydrogen Active Cooling of Hypersonic Structures," Proc. World Hydrogen Energy Conference #8 (1990).
- [11] R.L. DeWitt, T.L. Hardy, M.V. Whalen, G.P. Richter and T.M. Tomsik, "Background, Current Status and Prognosis of the Ongoing Slush Hydrogen," Proc. World Hydrogen Energy Conference #8 (1990).
- [12] R.B. Moore, G.E. Kinard and D. Nahmias, "Slush Hydrogen Production for the National Aero-space Plane Programs," Proc. World Hydrogen Energy Conference #8 (1990).
- [13] D. B. Spalding, B. E. Launder, A. P. Morse and G. Maple, "Combustion of Hydrogen-Air Jets in Local Chemical Equilibrium (A Guide to the CHARNAL Computer Program)," NASA CR-2407 (1974).